

En el conjunto de las matrices se pueden definir las siguientes operaciones:

- **Suma y resta:** Las matrices deben ser de la misma dimensión. Se efectúan sumando o restando los elementos que ocupan la misma posición en cada una de las matrices.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 8 & 2 \\ -3 & -3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

La suma de matrices tiene idénticas propiedades a la suma de números reales: es **asociativa**, **conmutativa**, posee **elemento neutro** (la matriz nula) y **elemento simétrico** (la matriz opuesta, a partir de la cual se define la resta).

- **Producto por un número:** También llamada "producto por un escalar", consiste en multiplicar todos los elementos de una matriz por un número real. La matriz puede ser de cualquier orden.

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 0 \\ 20 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

El producto por un número cumple las propiedades **distributiva con respecto a la suma de matrices**, **distributiva con respecto a la suma de números** y **asociativa**, cuando multiplicamos dos números por una matriz.

- **Producto:** El número de columnas de la primera matriz debe ser igual que el número de filas de la segunda. Se obtiene una matriz con el número de filas de la primera y el de columnas de la segunda, en la cual un elemento a_{ij} se calcula multiplicando los elementos de la fila i de la primera matriz por cada uno de los elementos de la columna j de la segunda matriz y sumando los productos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 8 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 & 2 \\ 22 & -19 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$$

3 x 3 3 x 2
Deben coincidir para que la operación sea posible.

El resultado es una matriz 3 X 2. Así obtenemos sus elementos:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1 \cdot 1 + 6 \cdot 8 + 0 \cdot 0 = 49 \\ a_{12} &= 1 \cdot 8 + 6 \cdot (-2) + 0 \cdot 3 = 2 \\ a_{21} &= -2 \cdot 1 + 3 \cdot 8 + 1 \cdot 0 = 22 \\ a_{22} &= -2 \cdot 8 + 3 \cdot (-2) + 1 \cdot 3 = -19 \\ a_{31} &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 8 + (-1) \cdot 0 = 8 \\ a_{32} &= 0 \cdot 8 + 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 = -5 \end{aligned}$$

El producto de matrices **no tiene la propiedad conmutativa**, aunque ésta puede verificarse en algunos casos concretos; de hecho, ocurre con frecuencia que está definido el producto en un orden y en el orden contrario no. Sí se cumple la propiedad **asociativa**, cuando multiplicamos más de dos matrices, y la propiedad **distributiva con respecto a la suma de matrices**. El **elemento neutro** es la matriz unidad del orden correspondiente: cualquier matriz multiplicada por la matriz unidad (y en el orden que queramos) nos da como resultado la misma matriz.

$$A \cdot I = I \cdot A = A$$

En lo que se refiere al elemento simétrico, sólo existe para determinadas matrices cuadradas, denominadas **regulares** o **invertibles**. Para estas matrices, puede calcularse otra matriz - llamada **inversa**, A^{-1} - de la misma dimensión, tal que, al multiplicarlas ambas en cualquier orden, se obtiene la matriz unidad.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$