

VECTORES

1 Dados los vectores \mathbf{u} (3, -4), \mathbf{v} (-1, 2) y \mathbf{w} (0, 5), calcula:

- a) $\mathbf{u} + \mathbf{v} - 2 \mathbf{w}$
- b) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{v}$
- c) $-3 \mathbf{u} + 5 \mathbf{v} - \frac{1}{2} \mathbf{w}$
- d) $\mathbf{u}^2 - \mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$
- e) $2 \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{w})$
- f) los módulos de \mathbf{u} , \mathbf{v} y \mathbf{w}

2 Dibuja unos ejes cartesianos y representa en ellos los puntos A (1, 3), B (-4, 0) y C (8, -1). Calcula:

- a) El vector \mathbf{AB} .
- b) El vector \mathbf{CA} . ¿Qué relación tiene con el vector \mathbf{AC} ?
- c) El vector \mathbf{BC} .

3 Dado el vector \mathbf{u} (6, 3), halla:

- a) Un vector paralelo a \mathbf{u} y de módulo el doble.
- b) Un vector ortogonal y del mismo módulo.
- c) Un vector unitario de la misma dirección y sentido contrario.
- d) Un vector ortogonal y de módulo 1.
- e) Un vector ortogonal y de módulo 3.

4 Sean los vectores \mathbf{u} (2, -5) y \mathbf{v} (k, 4). Halla el valor de k para que se cumpla lo siguiente:

- a) \mathbf{u} y \mathbf{v} son ortogonales.
- b) \mathbf{u} y \mathbf{v} tienen la misma dirección.
- c) el producto escalar de \mathbf{u} y \mathbf{v} vale 20.
- d) el módulo de \mathbf{v} es el doble del módulo de \mathbf{u} .

5 Dado el vector \mathbf{w} (4, -2), exprésalo como combinación lineal de \mathbf{u} (4, -3) y \mathbf{v} (0, 3).
(Nota. Halla los valores de a y b tales que $\mathbf{w} = a \mathbf{u} + b \mathbf{v}$).

6 Nos dan los vectores \mathbf{u} (1, 1), \mathbf{v} (2, 2) y \mathbf{w} (4, -4). Indica, de modo razonado, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- a) El módulo de \mathbf{w} es 4 veces el módulo de \mathbf{u} .
- b) \mathbf{u} y \mathbf{w} tienen la misma dirección.
- c) \mathbf{v} y \mathbf{w} son ortogonales.
- d) \mathbf{u} es un vector unitario.
- e) $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ es ortogonal a \mathbf{w} .

7 Contesta a estas cuestiones:

- a) ¿Cuáles son las características de un vector? Defínelas.
- b) ¿Cómo se halla el módulo de un vector a partir de sus coordenadas?
- c) ¿Cuál es el procedimiento para obtener un vector unitario a partir de uno dado?
- d) ¿Cómo se obtiene un vector ortogonal a otro? ¿Por qué se sabe que son ortogonales?

SOLUCIONES

1 a) (2, - 12) b) -21 c) (- 14, 39/2) d) 15 e) 18
f) $|\mathbf{u}| = 5$; $|\mathbf{v}| = \sqrt{5}$; $|\mathbf{w}| = 5$

2 a) $\mathbf{AB} = (-5, -3)$ b) $\mathbf{CA} = (- 7, 4)$ c) $\mathbf{BC} = (12, -1)$

3 a) (12, 6) b) (- 3, 6) c) $(- 6/\sqrt{45}, - 3/\sqrt{45})$
d) $(- 3/\sqrt{45}, 6/\sqrt{45})$ e) $(- 9/\sqrt{45}, 18/\sqrt{45})$

4 a) $k = 10$ b) $k = - 8/5$ c) $k = 20$ d) $k = \pm 10$

5 $\mathbf{w} = \mathbf{u} + 1/3 \mathbf{v}$

6 a) V b) F c) V d) F e) V

7 a) Módulo: Longitud del vector.

Dirección: Recta sobre la que se encuentra el vector.

Sentido: Para una dirección dada, indica hacia dónde apunta el vector.

b) Mediante la expresión $|\mathbf{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$, siendo $\mathbf{u} = (x, y)$.

c) Dividir las coordenadas por el módulo del vector.

d) Cambiando las coordenadas de orden y una de ellas de signo. Su producto escalar vale 0.