

DERIVADAS

1 Halla la expresión de la función derivada de las siguientes funciones:

- | | |
|---|--|
| a) $y = (-5x^3 + x - 8)^{-2}$ | b) $y = \operatorname{sen} x \cdot (3x - 2)^3$ |
| c) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{2x + 1}$ | d) $y = \log_2 (-x + 4)$ |
| e) $y = \sqrt[3]{\frac{2}{x}}$ | f) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2 - 5}$ |
| g) $y = \operatorname{arcsen} (x^2 + 5x - 1)$ | h) $y = \ln [\cos (3x - 1)]$ |
| i) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ | j) $y = \operatorname{arctg} (8x - 3) + \frac{x}{\operatorname{tg} x}$ |
| k) $y = [\operatorname{sen} (4x - 6) + \log x]^2$ | l) $y = \operatorname{arccos}^3 \frac{1}{\sqrt{3x}}$ |
| m) $y = (x^2 - 4x + 3)^{\sqrt{5x-1}}$ | n) $y = e^{\frac{2x-1}{4x}}$ |

2 Halla las rectas tangente y normal para cada una de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

- | | |
|---|------------|
| a) $f(x) = \cos 2x + 2$ | en $x = 0$ |
| b) $g(x) = \frac{3x + 1}{x - 5}$ | en $x = 1$ |
| c) $h(x) = \left(\frac{\ln x}{2x}\right)^2$ | en $x = e$ |

3 Una elipse tiene la ecuación $3x^2 + 2y^2 - 6x - 8y + 5 = 0$. Halla la ecuación de sus tangentes en los puntos de abscisa $x = 1$.

4 Sea la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- Halla los valores de a y b para que la función sea derivable en todo su dominio.
- Para $a = 1$, estudia los posibles valores de b para que la función sea continua. Justifica si la función es derivable para esos valores de b .
- Si $a = 0$ y $b = -1$, ¿es continua la función en $x = 2$? En caso de que no lo sea, ¿qué tipo de discontinuidad presenta?

SOLUCIONES

1

$$a) y' = \frac{30x^2 - 2}{(-5x^3 + x - 8)^3}$$

$$b) y' = (3x - 2)^2[(3x - 2) \cos x + 9 \sin x]$$

$$c) y' = \frac{2x + 1 - 2 \sin x \cos x}{(2x + 1)^2 \cos^2 x}$$

$$d) y' = -\frac{1}{\ln 2 (4 - x)}$$

$$e) y' = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{x}\right)^{-2/3} \left(-\frac{2}{x^2}\right)$$

$$f) y' = -4x \ln 2 \left(\frac{1}{x^2}\right)^{2x^2-5}$$

$$g) y' = \frac{2x + 5}{\sqrt{1 - (x^2 + 5x - 1)^2}}$$

$$h) y' = -3 \operatorname{tg}(3x - 1)$$

$$i) y' = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \left[\ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x} \right]$$

$$j) y' = \frac{4}{32x^2 - 24x + 5} + \frac{\sin x \cos x - x}{\sin^2 x}$$

$$k) y' = 2[\sin(4x - 6) + \log x] \left[4 \cos(4x - 6) + \frac{1}{\ln 10 \cdot x} \right]$$

$$l) y' = \frac{3}{2x} \arccos^2 \frac{1}{\sqrt{3x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$$

$$m) y' = (x^2 - 4x + 3)^{\sqrt{5x-1}} \left[\frac{5}{2\sqrt{5x-1}} \ln(x^2 - 4x + 3) + \sqrt{5x-1} \frac{2x-4}{x^2 - 4x + 3} \right]$$

$$n) y' = \frac{1}{4x^2} e^{\frac{2x-1}{4x}}$$

2 a) Recta tangente: $y = 3$; recta normal: $x = 0$

b) Recta tangente: $y = -x$; recta normal: $y = x - 2$

c) Recta tangente: $y = 1/(4e^2)$; recta normal: $x = e$

3 Rectas tangentes: $y = 2 + \sqrt{3}$; $y = 2 - \sqrt{3}$

4 a) $a = 4$ y $b = 1$

b) $b = -1/2$; no es derivable.

c) Sí es continua.