

FUNCIONES. DOMINIO, OPERACIONES Y REPRESENTACIÓN

1 Halla el dominio de las siguientes funciones, indicando de qué tipo son:

a) $f(x) = \frac{2x}{3x-1}$

b) $f(x) = \sqrt{2-6x}$

c) $f(x) = 5x^2 - 8x + 9$

d) $f(x) = \sqrt{5x^2 + 75}$

e) $f(x) = \frac{4x+8}{x^2+4}$

f) $f(x) = \sqrt{4x^2 - 2}$

g) $f(x) = \text{sen}(2x+4)$

h) $f(x) = \frac{5x-9}{2+x-x^2}$

i) $f(x) = e^{\frac{2}{x^2}}$

j) $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x+1}}$

k) $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$

l) $f(x) = \text{tg } 2x$

2 ¿Qué podemos decir con respecto al dominio de dos funciones y el de su suma? ¿Y el de su cociente? Razona tus respuestas sobre algunos ejemplos apropiados.

3 Dadas las siguientes funciones

$$f(x) = 2x + 4 \quad g(x) = \sqrt{x-1} \quad h(x) = \frac{2}{x-3}$$

realiza las siguientes operaciones con ellas:

a) $f + g$

e) $g - h$

b) $f \circ g$

f) $g \circ h$

c) $h \circ f$

g) $f \cdot g$

d) $g : h$

h) $f \circ g \circ h$

4 Realiza las dos composiciones posibles con los siguientes pares de funciones:

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$; $g(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \sqrt{2x}$; $g(x) = 4x - 5$

c) $f(x) = \frac{3x}{x+1}$; $g(x) = 7x + 1$

5 Halla las funciones inversas de las siguientes. Comprueba que las funciones obtenidas son inversas de las dadas realizando la composición.

a) $f(x) = 2x + 9$

b) $g(x) = \sqrt{5x-7}$

c) $h(x) = \frac{2}{x^2-4}$

6 Representa gráficamente estas funciones, hallando previamente su dominio y estudiando sus características más relevantes (puntos de corte con los ejes, simetrías, asíntotas y ramas infinitas, recorrido, periodicidad, etc). Completa la información con una tabla de valores.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

b) $f(x) = \frac{3}{x-1}$

c) $f(x) = \log_3 x$

d) $f(x) = \cos 2x$

e) $f(x) = \sqrt{2+x}$

f) $f(x) = 4^x$

g) $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

h) $f(x) = x^3 - 8$

i) $f(x) = \log_2(x+1)$

j) $f(x) = \operatorname{sen} \frac{x}{2}$

k) $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$

l) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

7 Representa gráficamente estas funciones definidas a trozos. Indica, para cada una de ellas, sus puntos de discontinuidad (si existen) y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

a)
$$f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ x^2 - 7 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

b)
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ -3x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

c)
$$f(x) = \begin{cases} 2/x & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 3 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 2x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

d)
$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } -2 < x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

8 Obtén las gráficas de las siguientes funciones con valores absolutos, expresándolas previamente como funciones definidas a trozos:

a) $f(x) = |x+3|$

b) $f(x) = |x^2 - 9|$

c) $f(x) = x^2 - |x|$

d) $f(x) = \left| \frac{2}{x} \right|$

e) $f(x) = |x - x^2|$

f) $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$

SOLUCIONES

- 1 a) Función racional; $D = \mathbb{R} - \{1/3\}$ b) Función radical; $D = (-\infty, 1/3]$
 c) Función polinómica; $D = \mathbb{R}$ d) Función radical; $D = \mathbb{R}$
 e) Función racional; $D = \mathbb{R}$ f) Función radical; $D = \mathbb{R} - (-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$
 g) Función trigonométrica; $D = \mathbb{R}$ h) Función racional; $D = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$
 i) Función exponencial; $D = \mathbb{R} - \{0\}$ j) Función radical; $D = (-1, +\infty)$
 k) Función logarítmica; $D = \mathbb{R} - (1, 2)$
 l) Función trigonométrica: $D = \mathbb{R} - \{k\pi/4\}$, con k un número entero impar

2 El dominio de la suma coincidirá con la intersección de los dominios de ambas funciones; en cuanto al dominio del cociente, además de considerar dicha intersección, habrá que excluir los valores que anulan la función del denominador.

3 a) $(f+g)(x) = 2x + 4 + \sqrt{x-1}$ b) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2\sqrt{x-1} + 4$
 c) $(h \circ f)(x) = h(f(x)) = \frac{2}{2x+1}$ d) $(g \circ h)(x) = \frac{1}{2}(x-3)\sqrt{x-1}$
 e) $(g-h)(x) = \sqrt{x-1} - \frac{2}{x-3}$ f) $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = \sqrt{\frac{5-x}{x-3}}$
 g) $(f \cdot g)(x) = (2x+4)\sqrt{x-1}$ h) $(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x))) = 2\sqrt{\frac{5-x}{x-3}} + 4$

4 a) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} + 2$ $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$
 b) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{8x-10}$ $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 4\sqrt{2x-5}$
 c) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{21x+3}{7x+2}$ $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{22x+1}{x+1}$

5 a) $f^{-1}(x) = \frac{x+9}{2}$ b) $g^{-1}(x) = \frac{x^2+7}{5}$ c) $h^{-1}(x) = \sqrt{\frac{2+4x}{x}}$









